

| 問題番号 | 正 答 | 配点 |
|------------------|--|----|
| [問1] | $\sqrt{6}$ | 5 |
| [問2] | $n=5, 9$ | 5 |
| [問3] | 100 度 | 5 |
| [問4] | 42 | 5 |
| 1 [問5] 解答例 | | 5 |
| [問1] | 7 通り | 5 |
| [問2] | $(-3, 6)$ | 5 |
| 2 [問3] 解答例 | <p>A(3, 3), B(-6, 12) である。 点 A を通り y 軸に平行に引いた直線と x 軸との交点を D, 点 B を通り y 軸に平行に引いた直線と x 軸との交点を E, 点 B を通り y 軸に平行に引いた直線と点 A を通り x 軸に平行に引いた直線との交点を F とする。 $\triangle OAD$ において, 三平方の定理より, $OA^2 = 3^2 + 3^2 = 18$ $\triangle OBE$ において, 三平方の定理より, $OB^2 = 6^2 + 12^2 = 180$ $\triangle ABF$ において, 三平方の定理より, $AB^2 = 9^2 + 9^2 = 162$ よって, $OA^2 + AB^2 = OB^2$ が成り立つから, $\triangle OAB$ において, 三平方の定理の逆により, $\angle OAB = 90^\circ$ したがって, $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times OA \times AB = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = 27$ ゆえに, $\triangle ABP = \frac{7}{9} \times 27 = 21$</p> <p>一方, 点 P の x 座標を p とし, 点 P を通り y 軸に平行に引いた直線と直線 AB との交点を Q とする。$\triangle AQP$ において, PQ を底辺としたときの高さを h とし, $\triangle BPQ$ において, PQ を底辺としたときの高さを h' とすると, $h + h' = 9$ よって, $\triangle ABP = \triangle AQP + \triangle BPQ = \frac{1}{2} \times PQ \times h + \frac{1}{2} \times PQ \times h' = \frac{1}{2} \times PQ(h + h')$ $= \frac{1}{2} \times \left\{ (-p+6) - \frac{1}{3}p^2 \right\} \times 9 = \frac{9}{2} \left(-\frac{1}{3}p^2 - p + 6 \right)$ したがって, $\frac{9}{2} \left(-\frac{1}{3}p^2 - p + 6 \right) = 21$ これを解いて $p = -4, 1$ $-6 < p < 0$ により $p = -4$ となり, $P\left(-4, \frac{16}{3}\right)$</p> <p>求める直線の式を $y = ax + b$ とすれば, 2 点 A(3, 3), $P\left(-4, \frac{16}{3}\right)$ を通るから, $\begin{cases} 3 = 3a + b \\ \frac{16}{3} = -4a + b \end{cases}$ これを解いて, $a = -\frac{1}{3}, b = 4$ したがって, 求める直線の式は $y = -\frac{1}{3}x + 4$</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;">(答え) $y = -\frac{1}{3}x + 4$</div> | 15 |

| | | |
|------------------|---|----|
| [問1] 解答例 | <p>【証明】 平行四辺形 ABCD において, $AD \parallel BC$ かつ $AD = BC$ であり, これらと仮定より, $FC \parallel AH$ かつ $FC = AH$ となり, 1 組の対辺が平行でその長さが等しいので, 四角形 AFCH は平行四辺形である。 よって, $AF \parallel HC$ したがって, $PQ \parallel SR \dots \textcircled{1}$ 同様にして, $AB \parallel DC$ かつ $AB = DC$ であり, これらと仮定より, $EB \parallel DG$ かつ $EB = DG$ となり, 四角形 BGDE は平行四辺形である。 よって, $ED \parallel BG$ したがって, $PS \parallel QR \dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より 2 組の対辺がそれぞれ平行となるから, 四角形 PQRS は平行四辺形である。 【証明終】</p> | 10 |
| [問2] | $\frac{9}{29}$ | 8 |
| [問3] | $2\sqrt{39}$ cm | 7 |
| [問1] | 18 cm^3 | 7 |
| 3 [問2] 解答例 | <p>線分 XY が辺 AE と平行になるのは, 点 X と点 Y が, 直方体の 1 つの側面で, 丁度上下に並ぶときだけである。 点 X は 4 秒後に点 D を通過するが, このとき点 Y は点 G を通過する。 頂点 A を同時に出発してから, t 秒後に線分 XY が辺 AE と平行になったとすると, $4 < t < 6 \dots \textcircled{1}$ $DX = (2t - 8) \text{ cm}$ $GY = (5t - 20) \text{ cm}$ であるので, 点 Y から辺 GH に下ろした垂線と辺 GH との交点を S とする。 $\triangle GSY$ と $\triangle GHQ$ で, 共通な角より, $\angle YGS = \angle QGH$ $\angle GSY = \angle GHQ = 90^\circ$ よって, 2 組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle GSY \sim \triangle GHQ$ したがって, $GY : GQ = GS : GH$ $(5t - 20) : 10 = GS : 8$ より, $GS = \frac{4}{5}(5t - 20) = 4t - 16 \text{ (cm)}$ ここで, $GS + SH = 8, SH = DX$ より, $(4t - 16) + (2t - 8) = 8$ したがって, $t = \frac{16}{3}$ これは $\textcircled{1}$ を満たす。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;">(答え) $\frac{16}{3}$ 秒後</div></p> | 10 |
| [問3] | $14\sqrt{34} \text{ cm}^2$ | 8 |