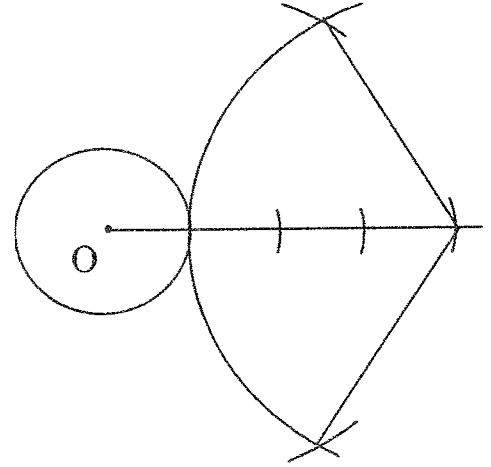
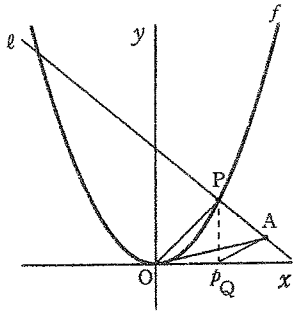
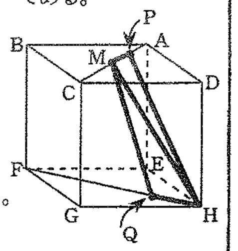
数 学

問題番号		正　答	配点
1	〔問 1〕	$8+3\sqrt{3}$	6
	〔問 2〕	$(x-5)(x+4)$	6
	〔問 3〕	$y=-1$	6
	〔問 4〕	4　個	6
	〔問 5〕	$\frac{7}{36}$	6
	〔問 6〕 解答例	【 作 図 】  	7
2	〔問 1〕	$16\sqrt{2}$　cm	6
	〔問 2〕	$y=-x+12$	7
	〔問 3〕 解答例	【 途中の式や計算など 】  点Pは曲線 f 上にあることから　$q=\frac{1}{2}p^2$　…① 点$(p,\ 0)$をQとすると， △OAP＝（四角形OPAQの面積）－△OAQ　…② ①と点A(10，2)より （四角形OPAQの面積）＝△OPQ＋△APQ $=\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times p+\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times(10-p)$ $=\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times 10=5q=\frac{5}{2}p^2$　………③ $\triangle \mathrm{OAQ}=\frac{1}{2}\times \mathrm{OQ}\times 2=p$　………④ ②に，③，④および△OAP＝12を代入して　$12=\frac{5}{2}p^2-p$ これを整理して　$5p^2-2p-24=0$ 解の公式により　$p=\frac{2\pm\sqrt{4+480}}{10}=\frac{1\pm 11}{5}$　よって　$p=\frac{12}{5}$，-2 $0<p<10$ より　$p=\frac{12}{5}$　　このとき　$q=\frac{1}{2}\times\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{6\times 12}{25}=\frac{72}{25}$ したがって，求める点Pの座標は　$\left(\frac{12}{5},\frac{72}{25}\right)$　　$\boxed{\left(\frac{12}{5},\frac{72}{25}\right)}$	8

問題番号			正　答	配点
3	〔問 1〕		$\frac{2}{3}\pi$　cm	6
	〔問 2〕	(1) 解答例	【 証 明 】 点Aと点Qを結ぶ。 △AQBと△AQSにおいて，BS=2BQより BQ=QS　…① AQは共通な辺なので　AQ=AQ　…② 半円の弧に対する円周角より，∠AQB=90° なので ∠AQB=∠AQS　…③ ①②③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，　△AQB≡△AQS したがって，∠ABQ=∠ASQ　…④ 次に点Bと点Pを結ぶ。 半円の弧に対する円周角より，∠APB=90° よって，∠PAB+∠ABP=90° また，∠PQS+∠AQP=90° $\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ に対する円周角より　∠ABP=∠AQP よって，∠PAB=∠PQS　…⑤ △ABRと△QSTにおいて，④，⑤より，2組の角がそれぞれ等しいので， △ABR ∽ △QST したがって，∠ARB=∠QTS	8
		(2)	（△ATPの面積）：（四角形PTSRの面積）＝　1　：　3	7
4	〔問 1〕		$\frac{9\sqrt{2}}{4}$　cm^2	6
	〔問 2〕		76π　cm^3	7
	〔問 3〕 解答例		【 途中の式や計算など 】 立体H−PMQの体積は，立方体ABCD−EFGHの体積の $\frac{1}{36}$ であるから，6 cm^3 である。  立体H−PMQを底面△HMQ，高さをPMとして体積を求めることにする。点Pが頂点Aを出発して t 秒後とする。 $0<t<4$ のとき，立体H−PMQの体積は， $\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{HMQ}\times\mathrm{MP}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}t\times(3\sqrt{2}-\frac{3}{4}\sqrt{2}t)=6t(1-\frac{1}{4}t)$ と表される。 よって，$6t(1-\frac{1}{4}t)=6$ が成り立つ。これを解くと，$t=2$　これは $0<t<4$ を満たす。 また，$4<t<6$ のとき，立体H−PMQの体積は， $\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{HMQ}\times\mathrm{MP}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}t\times(\frac{3}{4}\sqrt{2}t-3\sqrt{2})=6t(\frac{1}{4}t-1)$ と表される。 よって，$6t(\frac{1}{4}t-1)=6$ が成り立つ。これを解くと，$t=2\pm 2\sqrt{2}$　ここで，$2-2\sqrt{2}<0$ だから $t=2+2\sqrt{2}$ となり，これは $4<t<6$ を満たす。 $t=6$ のとき，点Qは，頂点Fに到着し停止する。このときの立体H−PMQの体積は， $\frac{1}{3}\times 18\sqrt{2}\times\frac{3}{2}\sqrt{2}=18$ cm^3 であり，さらに点Pが停止するまでの $6<t<8$ のとき， 立体H−PMQの体積は増えていくので，6 cm^3 になることはない。 よって，求める時間 t は，2秒後と $2+2\sqrt{2}$ 秒後である。　$\boxed{2\text{秒後と }2+2\sqrt{2}\text{ 秒後}}$	8