

数学

問題番号	正 答	配点
[問 1]	$\frac{13}{2}$	5
[問 2]	$\frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$	5
[問 3]	$\frac{2}{3}$	5
[問 4]	6 個	5
1 [問 5] 解答例		5
[問 1]	4 通り	7
[問 2]	$k = 8$	8
2 [問 3] 解答例	<p>点P, 点Qの座標は, それぞれ $P\left(2, \frac{k}{2}\right), Q\left(4, \frac{k}{4}\right)$ とおける。</p> <p>曲線 m が点Pを通ることから,</p> $\frac{k}{2} = 4a \quad \text{よって, } a = \frac{k}{8} \text{ であるから, 曲線 } m \text{ は } y = \frac{k}{8}x^2 \text{ とかける。}$ <p>線分RQは y 軸に平行より, 点Rの x 座標は点Qの x 座標と同じ4であるから, 点Rの座標は $R(4, 2k)$ とかける。</p> $\text{よって, } RQ = 2k - \frac{k}{4} = \frac{7}{4}k \text{ (cm)}$ <p>$\triangle PQR$の面積は, 底辺をRQとみると, 高さは点Pの x 座標と点Qの x 座標の差であり2 cm なので,</p> $\frac{7}{4}k \times 2 \times \frac{1}{2} = 7 \quad \text{これを解くと } k = 4$ <p>したがって, 点P, Rの座標は, それぞれ $P(2, 2), R(4, 8)$ となる。</p> $2 \text{ 点 } P, R \text{ を通る直線の傾きは } \frac{8-2}{4-2} = 3$ <p>よって, 2点P, Rを通る直線の式は $y = 3x + b$ とおける。</p> <p>これが点Pを通るから, $2 = 6 + b$ これを解いて, $b = -4$</p> <p>したがって, $y = 3x - 4$</p>	10
	(答え) $y = 3x - 4$	

3	(1)	135度	7
	(2)	$(5 + \sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$	8
	[問2] 解答例	<p>【証明】</p> <p>点Dと点Eを結ぶ。 $\angle BCD = a^\circ$ とする。 \widehat{BD} の円周角は等しいので、 $\angle BED = \angle BCD = a^\circ \dots\dots ①$</p> <p>また、半円Oの直径に対する円周角より、$\angle CDB = 90^\circ$ であるから、 $\triangle BCD$において、$\angle DBC + \angle BCD = 90^\circ$ よって、$\angle DBC = 90^\circ - a^\circ \dots\dots ②$</p> <p>同様に、直径に対する円周角より、$\angle CEB = 90^\circ$ でもあるから、 $\angle ADF = 90^\circ$, $\angle FEA = 90^\circ$ となるので、 4点A, D, F, Eは、線分AFを直径とする円周上にある。 したがって、①より、$\angle FAD = \angle FED (= \angle BED) = a^\circ$ ここで、$\triangle ABG$において、$\angle GAB = a^\circ$ であるから、②より $\angle AGB = 180^\circ - \{ (90^\circ - a^\circ) + a^\circ \} = 90^\circ$ ゆえに、$\angle AGB = 90^\circ$</p> <p style="text-align: right;">【証明終】</p>	10
(問1)	$\frac{3\sqrt{17}}{2} \text{ cm}^2$	7	
(問2)	$\left(\frac{\sqrt{130}}{3} + 4\sqrt{2} \right) \text{ cm}$	8	
4	[問3] 解答例	<p>$EQ = x \text{ cm}$ のときに、$\triangle APQ$の面積が $\frac{45}{16} \text{ cm}^2$ となるとする。</p> <p>このとき、$EP = \frac{2}{3}x \text{ cm}$ であるから、$AP = \left(4 - \frac{2}{3}x \right) \text{ cm}$ である。</p> <p>よって、$\triangle APQ$の面積は $\left(4 - \frac{2}{3}x \right) \times x \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}x^2 + 2x \text{ (cm}^2\text{)}$</p> <p>$-\frac{1}{3}x^2 + 2x = \frac{45}{16}$ ただし、$0 < x < 3 \dots\dots ①$</p> <p>$\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{45}{16} = 0$</p> <p>$x^2 - 6x + \frac{135}{16} = 0$</p> <p>$(x-3)^2 - 9 + \frac{135}{16} = 0$</p> <p>$(x-3)^2 = \frac{9}{16}$</p> <p>$x-3 = \pm \frac{3}{4}$ ①より、$x = \frac{9}{4}$</p> <p>このとき、$AR = EQ = \frac{9}{4} \text{ cm}$ であるので、三角すいR-APQの体積は、</p> <p>$\frac{45}{16} \times \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{135}{64} \text{ (cm}^3\text{)}$</p>	10
	(答え)	$\frac{135}{64} \text{ cm}^3$	