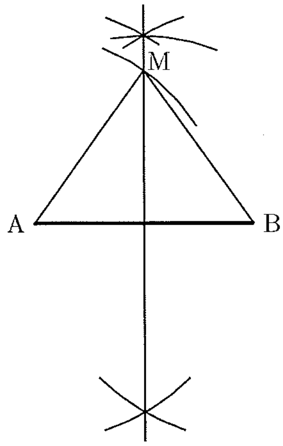
数学

問題番号		正　　答	配点
1	〔問 1〕	$-\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$	5
	〔問 2〕	$\dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$	5
	〔問 3〕	3 個	5
	〔問 4〕	$\dfrac{5}{36}$	5
	〔問 5〕 解答例		5
2	〔問 1〕	$y = -\dfrac{2}{3}x$	7
	〔問 2〕	$a = -\dfrac{3}{4}$	8
	〔問 3〕 解答例	下記	10

〔問 3〕解答例

点 Q は，関数 $y = x$ のグラフ上の点で $Q(s, s)$ とおくと，関数 $y = -\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点でもあるから，$-\dfrac{1}{4}s^2 = s$,　　$s < 0$ から $s = -4$ であり，Q(−4, −4)　　$\cdots$ ①

点 P は曲線 f 上にあり，x 座標が −4 より y 座標は　$\dfrac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$,　　P(−4, 8)

直線 n が △APQ と交わる点のうち，点 O と異なる点を R とする。点 R が辺 AP 上にあるときは点 O と点 P を結ぶと △OPQ : △OPA = OQ : OA= 2 : 1 であるから，点 R は辺 PQ 上にある。△APQ = 2△OQR が成り立つので，

$$\frac{1}{2} \times (8+4) \times (4+2) = 2 \times \frac{1}{2} \times \mathrm{QR} \times 4 \qquad \text{よって，} \quad \mathrm{QR} = 9$$

① より，R(−4, 5)　直線 n の式は，原点と R(−4, 5) を通ることから，$y = -\dfrac{5}{4}x$ $\cdots$ ②

点 B は関数 $y = -\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点であるから，　B(2, −1)　　$\cdots$ ③

2 点 B(2, −1)，Q(−4, −4) を通る直線の式を $y = px + q$ とおくと，

$$\begin{cases} 2p + q = -1 \\ -4p + q = -4 \end{cases} \qquad \text{これを解いて，} \quad p = \frac{1}{2},\ q = -2$$

よって，直線の式は　$y = \dfrac{1}{2}x - 2$　　$\cdots$ ④

点 C は直線 ②, ④ の交点であるから，$-\dfrac{5}{4}x = \dfrac{1}{2}x - 2$　より，x 座標は　$\dfrac{8}{7}$　　$\cdots$ ⑤

△OCQ と △OBC は，底辺をそれぞれ辺 CQ，辺 BC とみると高さが等しい三角形であることから，面積の比は，①, ③, ⑤ より，

$$\triangle \mathrm{OCQ} : \triangle \mathrm{OBC} = \mathrm{CQ} : \mathrm{BC} = \left(4 + \frac{8}{7}\right) : \left(2 - \frac{8}{7}\right) = \frac{36}{7} : \frac{6}{7} = 6 : 1$$

したがって，△OCQ の面積は △OBC の面積の 6 倍である。

(答え)　　6 倍

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>正　　答</th><th>配点</th></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>〔問 1〕</td><td>(点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BP}}$ の長さ) : (点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BQ}}$ の長さ) $= 5 : 6$</td><td>7</td></tr>
<tr><td>〔問 2〕
(1)
解答例</td><td>$\triangle$ABQ と $\triangle$ARQ において，RQ=PQ より，$\angle \mathrm{ARQ} = \angle \mathrm{APQ}$ であり，
$\overset{\frown}{\mathrm{AQ}}$ に対する円周角は等しいので，$\angle \mathrm{APQ} = \angle \mathrm{ABQ}$ であるから，
$\angle \mathrm{ARQ} = \angle \mathrm{ABQ}$ $\quad\cdots$ ①
また，BQ=PQ より，$\angle \mathrm{PBQ} = \angle \mathrm{BPQ}$ であり，
$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ に対する円周角は等しいので，　$\angle \mathrm{AQP} = \angle \mathrm{ABP}$
$\overset{\frown}{\mathrm{BQ}}$ に対する円周角は等しいので，　$\angle \mathrm{BPQ} = \angle \mathrm{BAQ}$
よって，$\angle$RAQ は $\triangle$APQ の内角 $\angle$PAQ の外角であるから，
$\angle \mathrm{RAQ} = \angle \mathrm{APQ} + \angle \mathrm{AQP} = \angle \mathrm{ABQ} + \angle \mathrm{ABP} = \angle \mathrm{PBQ} = \angle \mathrm{BPQ} = \angle \mathrm{BAQ}$ $\quad\cdots$ ②
三角形の内角の和は 180° であるから，①, ② より，
$\angle \mathrm{AQR} = 180^\circ - (\angle \mathrm{RAQ} + \angle \mathrm{ARQ})$
$= 180^\circ - (\angle \mathrm{BAQ} + \angle \mathrm{ABQ})$
$= \angle \mathrm{AQB}$ $\quad\cdots$ ③
ゆえに，②, ③ と 辺 AQ は共通により，一辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle \mathrm{ABQ} \equiv \triangle \mathrm{ARQ}$　(証明終)</td><td>10</td></tr>
<tr><td>〔問 2〕
(2)</td><td>$\dfrac{16}{3}$ cm</td><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td>〔問 1〕</td><td>$\sqrt{41}$ cm</td><td>7</td></tr>
<tr><td>〔問 2〕</td><td>$8\sqrt{3}$ cm^2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>〔問 3〕
解答例</td><td>図 5 で，点 D と頂点 F を結び，線分 DF と線分 PS との交点を N とする。
点 N と点 C，頂点 N と点 J をそれぞれ結ぶ。
$\triangle$CJN は長方形 CDFJ 上にあるので，
$\triangle \mathrm{CJN} = \dfrac{1}{2} \times \mathrm{CJ} \times \mathrm{CD} = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 4 = 8\sqrt{2}$ (cm^2)
また，頂点 A と頂点 G を結んだ線分 AG と，面 CDFJ との関係を考えると，垂直に交わっている。よって，$\angle$DOS= $\angle$DAG= 45° であるから，AG // PS より，$\triangle$CJN$\perp$PS
ここで，
PS=PO+OS=AO+$\sqrt{2}$OD= $2 + 2\sqrt{2}$ (cm)
したがって，立体 PCJS は，$\triangle$CJN を共通の底面とする 2 つの三角すいを合わせた立体であるから，その体積は
$\dfrac{1}{3} \times \triangle \mathrm{CJN} \times (\mathrm{PN} + \mathrm{NS})$
$= \dfrac{1}{3} \times \triangle \mathrm{CJN} \times \mathrm{PS}$
$= \dfrac{1}{3} \times 8\sqrt{2} \times (2 + 2\sqrt{2})$
$= \dfrac{32 + 16\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)
(答え) $\dfrac{32 + 16\sqrt{2}}{3}$ cm^3</td><td>10</td></tr>
</table>