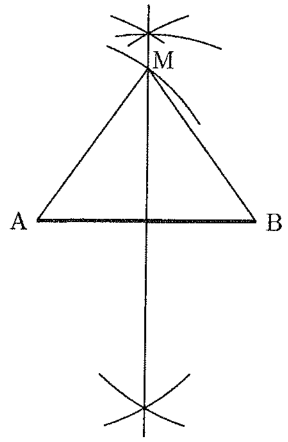
# 数学



| 問題番号 | | 正　　答 | 配点 |
|---|---|---|---|
| 1 | 〔問1〕 | 5 | 5 |
| | 〔問2〕 | $x=12,\quad y=8$ | 5 |
| | 〔問3〕 | $\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$ | 5 |
| | 〔問4〕 | $\dfrac{7}{36}$ | 5 |
| | 〔問5〕<br>解答例 |  | 5 |
| 2 | 〔問1〕 | $y=-\dfrac{1}{2}x+1$ | 7 |
| | 〔問2〕 | $\dfrac{5}{2}$ cm | 8 |
| | 〔問3〕<br>解答例 | 条件から，正方形の1辺の長さは $\dfrac{5}{4}$ cm である。頂点Aを通り $x$ 軸に平行な直線と，頂点Jを通り $y$ 軸に平行な直線との交点をM，頂点Kを通り $x$ 軸に平行な直線と，頂点Jを通り $y$ 軸に平行な直線との交点をNとする。<br>頂点Aと頂点Jを通る直線の傾きは $\dfrac{3}{4}$ であるから，　$\mathrm{JM}=\dfrac{3}{4}\mathrm{AM}$ …①<br>三平方の定理より，$\mathrm{AM}^2+\mathrm{JM}^2=\left(\dfrac{5}{4}\right)^2$ であるから，$\mathrm{AM}^2+\left(\dfrac{3}{4}\mathrm{AM}\right)^2=\left(\dfrac{5}{4}\right)^2$<br>整理すると，$\dfrac{25}{16}\mathrm{AM}^2=\dfrac{25}{16}$　$\mathrm{AM}>0$ であるから，$\mathrm{AM}=1$　① から，$\mathrm{JM}=\dfrac{3}{4}$ …②<br>ここで，頂点Aの $x$ 座標を $a$ とすると，$\mathrm{AM}=1$ より，<br>$\mathrm{J}(a+1,(a+1)^2)$，$\mathrm{M}(a+1,a^2)$　であるから，　$\mathrm{JM}=(a+1)^2-a^2=2a+1$<br>② より，$2a+1=\dfrac{3}{4}$，$a=-\dfrac{1}{8}$　よって，頂点Jの $x$ 座標は，$-\dfrac{1}{8}+1=\dfrac{7}{8}$ …③<br>$\triangle\mathrm{JKN}\equiv\triangle\mathrm{AJM}$ であるから，　$\mathrm{KN}=\mathrm{JM}=\dfrac{3}{4}$ …④<br>③，④ から，頂点Kの $x$ 座標は，$\dfrac{7}{8}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{8}$<br>(答え)　$\dfrac{1}{8}$ | 10 |

| 問題番号 | | 正　　答 | 配点 |
|---|---|---|---|
| 3 | 〔問 1〕 | (点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BP}}$ の長さ) : (点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{BQ}}$ の長さ) = 5 : 6 | 7 |
| | 〔問 2〕(1) 解答例 | （下記） | 10 |
| | 〔問 2〕(2) | $\dfrac{16}{3}$ cm | 8 |
| 4 | 〔問 1〕 | 6 回 | 7 |
| | 〔問 2〕解答例 | （下記） | 10 |
| | 〔問 3〕 | 5 通り | 8 |

**3 〔問 2〕(1) 解答例**

△ABQ と △ARQ において，RQ=PQ より，∠ARQ = ∠APQ であり，
$\overset{\frown}{\mathrm{AQ}}$ に対する円周角は等しいので，∠APQ = ∠ABQ であるから，

$$\angle \mathrm{ARQ} = \angle \mathrm{ABQ} \qquad \cdots ①$$

また，BQ=PQ より，∠PBQ = ∠BPQ であり，
$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$ に対する円周角は等しいので，　∠AQP = ∠ABP
$\overset{\frown}{\mathrm{BQ}}$ に対する円周角は等しいので，　∠BPQ = ∠BAQ
よって，∠RAQ は △APQ の内角 ∠PAQ の外角であるから，

$$\angle \mathrm{RAQ} = \angle \mathrm{APQ} + \angle \mathrm{AQP} = \angle \mathrm{ABQ} + \angle \mathrm{ABP} = \angle \mathrm{PBQ} = \angle \mathrm{BPQ} = \angle \mathrm{BAQ} \qquad \cdots ②$$

三角形の内角の和は 180° であるから，①, ② より，

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{AQR} &= 180^\circ - (\angle \mathrm{RAQ} + \angle \mathrm{ARQ})\\ &= 180^\circ - (\angle \mathrm{BAQ} + \angle \mathrm{ABQ})\\ &= \angle \mathrm{AQB} \qquad \cdots ③\end{aligned}$$

ゆえに，②, ③ と 辺 AQ は共通により，一辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABQ≡ △ARQ　　(証明終)

**4 〔問 2〕解答例**

表が 3 回，裏が 5 回出たので，8 回目に投げた後の点 P の位置を表す数について，

$$3m - 5n = 1 \qquad \cdots ①$$

が成り立つ。　これを $n$ について解いて，　$n = \dfrac{3m-1}{5}$　　$\cdots$ ②

$m$ は 1 けたの自然数であるから，② に $m = 1, 2, 3, \cdots, 9$ を代入し，
それぞれ $n$ の値を求めると次の表のようになる。

| $m$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | $\frac{2}{5}$ | 1 | $\frac{8}{5}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{14}{5}$ | $\frac{17}{5}$ | 4 | $\frac{23}{5}$ | $\frac{26}{5}$ |

$n$ も 1 けたの自然数であるから，
表より，① の方程式を成り立たせる $m, n$ の値の組は，

$m = 2,\quad n = 1$　　　$m = 7,\quad n = 4$

の 2 組あることがわかる。
それぞれについて，8 回目に投げた後の点 Q の位置を表す数 $k$ を求めると，

$k = 5 \times 2 - 3 \times 1 = 7$

$k = 5 \times 7 - 3 \times 4 = 23$

(答え)　7,　23