

数 学

1		点
[問 1]	$12 - \sqrt{2}$	5
[問 2]	$x = -2, y = \frac{1}{2}$	5
[問 3]	$\frac{5}{32}$	5
[問 4]	$a = 8$	5
[問 5] 解答例		5

2		点
[問 1]	$b = \frac{1}{4}$	7
[問 2]	(解答なし) ※受検者全員に一律8点を与える	8
[問 3] 解答例	【途中の式や説明など】	10

曲線 l, m の式はそれぞれ $y = \frac{12}{x}, y = \frac{1}{2}x^2$

4点 A, B, C, D の座標は
A(-2, -6), B(4, 3), C(-2, 2), D(4, 8)

したがって、直線 CD の式は $y = x + 4$

点 P の座標は $P(p, \frac{1}{2}p^2)$ であり、線分 CD 上に
点 Q(p, p+4) をとると、

$PQ = (p+4) - \frac{1}{2}p^2 = -\frac{1}{2}p^2 + p + 4$ となるから

$\triangle PDC = \triangle PQC + \triangle PQD$

$$= \frac{1}{2} \times PQ \times (p+2) + \frac{1}{2} \times PQ \times (4-p)$$

$$= 3PQ$$

$$= -\frac{3}{2}p^2 + 3p + 12$$

$\triangle PDC = \frac{15}{2}$ より $-\frac{3}{2}p^2 + 3p + 12 = \frac{15}{2}$

整理して $p^2 - 2p - 3 = 0$
すなわち $(p+1)(p-3) = 0$
 $0 < p < 4$ であるから $p = 3$

よって $P(3, \frac{9}{2})$

$$S = \frac{1}{2} \times \{2 - (-6)\} \times \{3 - (-2)\} = 20$$

$$T = \frac{1}{2} \times (8-3) \times (4-3) = \frac{5}{2}$$

よって $S : T = 20 : \frac{5}{2}$ すなわち $S : T = 8 : 1$

(答え) $S : T = 8 : 1$

※ □ の欄には、記入しないこと

3		点
[問 1]	36 度	7
[問 2] 解答例	(1) 【証明】	10

$\angle BAR = \angle QAR = a^\circ$ とおく。
 $\triangle AHI$ において、 $\angle AHI = 90^\circ$ であるから
 $\angle AIH = 90^\circ - \angle HAI = 90^\circ - a^\circ$
 対頂角は等しいから $\angle QIJ = \angle AIH$
 よって $\angle QIJ = 90^\circ - a^\circ \dots \textcircled{1}$
 AB は直径であるから $\angle AQB = 90^\circ$
 したがって $\angle AQJ = 90^\circ$
 $\triangle AQJ$ において
 $\angle QJA = \angle AQJ - \angle QAJ = 90^\circ - a^\circ \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より
 $\angle QIJ = \angle QJI$
 よって、 $\triangle QIJ$ において2つの角が等しいから
 $QI = QJ$

[問 2]	(2)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm	8
-------	-----	-------------------------	---

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

4		点
[問 1]	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm ³	7
[問 2] 解答例	【途中の式や説明など】	10

三角すい C-APB の体積が最も大きくなるのは、
 $\triangle APB$ の面積が最大となるとき、すなわち、
 $\triangle APB$ が $AP = BP$ の直角二等辺三角形
 となるときである。
 このとき $AP = BP = 2\sqrt{2} \dots \textcircled{1}$
 $\triangle APB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$
 ゆえに、三角すい C-APB の体積 V は
 $V = \frac{1}{3} \times \triangle APB \times BC = \frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3} \dots \textcircled{2}$
 ここで、 $\triangle ABC, \triangle CBP$ は直角三角形
 であるから、三平方の定理より
 $AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $CP = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
 また、 $\textcircled{1}$ より $AP = 2\sqrt{2}$
 $\triangle APC$ について、 $AC^2 = AP^2 + CP^2$
 が成り立つから、三平方の定理の逆より、
 $\triangle APC$ は $\angle APC = 90^\circ$ の直角三角形である。
 ゆえに $\triangle APC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} \dots \textcircled{3}$
 三角すい C-APB の体積 V は $\textcircled{3}$ から
 $V = \frac{1}{3} \times \triangle APC \times BH = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{6} \times BH$
 $= \frac{2\sqrt{6}}{3} BH \dots \textcircled{4}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{4}$ から $\frac{2\sqrt{6}}{3} BH = \frac{8}{3}$
 したがって $BH = \frac{8}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ (cm)

(答え) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ cm

[問 3]	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm ³	8
-------	--------------------------------------	---

受検番号	合計得点