

数 学

1		点
[問 1]	$-\sqrt{2}$	5
[問 2]	$x = 3 \pm \sqrt{10}$	5
[問 3]	$\frac{13}{36}$	5
[問 4]	43, 73	5
[問 5] 解答例		5

※ の欄には、記入しないこと

小計	1	小計	2	小計	3	小計	4
	25		25		25		25

2		点
[問 1]	$a = \frac{1}{3}$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
<p>点 Q は $y=x^2$ 上にあり、x 座標は 2 だから y 座標は 4、すなわち $Q(2, 4)$ である。 点 Q から x 軸に垂線 QH を下すと点 H の座標は $(2, 0)$ であるから $OH=2, HQ=4$ $\triangle PQH$ は PQ を斜辺とする直角三角形で $PQ=OP=p$ より $p > 4$ したがって $PH=OP-OH=p-2$ $\triangle PQH$ に三平方の定理を用いて $(p-2)^2 + 4^2 = p^2$ $p^2 - 4p + 20 = p^2$ これを解いて $p=5$ これは $p > 4$ を満たす。 よって、点 P の座標は $(5, 0)$ である。 2点 P, Q を通る直線の式を $y=mx+n$ とおくと $\begin{cases} 5m+n=0 \\ 2m+n=4 \end{cases}$ これを解いて $m=-\frac{4}{3}, n=\frac{20}{3}$ 以上より、求める直線の式は $y=-\frac{4}{3}x+\frac{20}{3}$</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> (答え) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$ </div>		
[問 3]	$a = \frac{3}{16}$	8

合計得点	100
受験番号	

3		点
[問 1]	$(2+2\sqrt{3})$ cm	7
[問 2] 解答例	【証明】	10
<p>$\triangle ACE$ と $\triangle DCF$ において $\triangle ABC$ は正三角形だから $\angle DCA = \angle BCA = 60^\circ$ $\triangle ADE$ は正三角形だから $\angle DEA = 60^\circ$ よって $\angle DCA = \angle DEA$ 2点 C, E は、直線 AD に関して同じ側にあるから、円周角の定理の逆より 4点 A, D, C, E は 1つの円周上にある。 この円について \widehat{CE} に対する円周角は等しいから $\angle CAE = \angle CDE$ すなわち $\angle CAE = \angle CDF \dots\dots ①$ \widehat{AE} に対する円周角は等しいから $\angle ACE = \angle ADE$ $\triangle ADE$ は正三角形だから $\angle ADE = 60^\circ$ よって $\angle ACE = 60^\circ$ 一方 $\angle DCF = \angle BCA = 60^\circ$ したがって $\angle ACE = \angle DCF \dots\dots ②$ ①, ②より 対応する 2組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ACE \sim \triangle DCF$</p>		
[問 3]	$\frac{8}{3}\pi$ cm ²	8

4		点
[問 1]	9 cm ³	7
[問 2]	$I\left(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$	8
[問 3] 解答例	【途中の式や計算など】	10
<p>折り返した図形は合同だから、$\triangle PQR$ の面積は、直角三角形 PQO の面積と一致する。 したがって $S = \frac{1}{2}OP \times OQ$ である。 P と Q が同時に出発して x 秒後の S について考える。 ① $0 < x \leq 4$ のとき $OP = \frac{3}{2}x, OQ = x$ より $S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}x \times x = \frac{3}{4}x^2$ $S=6$ のとき、$\frac{3}{4}x^2=6$ より $x^2=8$ $0 < x \leq 4$ なので、$x=2\sqrt{2}$ が条件を満たす。 ② $4 < x \leq 6$ のとき $OP=6, OQ=x$ より $S = \frac{1}{2} \times 6 \times x = 3x$ $S=6$ のとき、$3x=6$ より $x=2$ $4 < x \leq 6$ なので、条件を満たす x はない。 ③ $6 < x < 10$ のとき $OP = 12 - \frac{3}{2}(x-2) = 15 - \frac{3}{2}x, OQ=6$ より $S = \frac{1}{2} \left(15 - \frac{3}{2}x\right) \times 6 = 45 - \frac{9}{2}x$ $S=6$ のとき、$45 - \frac{9}{2}x = 6$ より $x = \frac{26}{3}$ $6 < \frac{26}{3} < 10$ なので、$x = \frac{26}{3}$ は条件を満たす。 ④ $x=0, x \geq 10$ のとき 点 P は頂点 O にあるから、$S=0$ よって、条件を満たす x はない。 以上より、$2\sqrt{2}$ 秒後と $\frac{26}{3}$ 秒後</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> (答え) $2\sqrt{2}$ 秒後と $\frac{26}{3}$ 秒後 </div>		